

Origen teórico del fotón, una introducción didáctica a la dualidad onda partícula

(*Theoretical photon origin, a didactic introduction to the wave particle duality*)

Paco H. Talero L. ^{1,2}, William J. Robayo ²

¹ Grupo MatCIng, Universidad Central, Cl. 21 No 4-40, Bogotá, D.C. Colombia.

² Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Carrera 3 No. 26 A 40, Bogotá, Colombia.

En cursos de física moderna es común abordar el concepto de fotón desde una perspectiva einsteniana basada en el efecto fotoeléctrico, tal formulación cuantifica la energía del campo electromagnético, pero no profundiza en la idea de fotón como partícula. Este trabajo mostró que es posible entender el fotón como partícula al formularlo desde un punto de vista teórico sin acudir al efecto fotoeléctrico. Para esto se usó fundamentalmente la relatividad especial, la teoría electromagnética y la simetría inmersa en las transformaciones de Lorentz asociadas tanto a ondas electromagnéticas monocromáticas planas como a partículas con masa en reposo cero. Tal enfoque conduce a la dualidad onda-partícula del fotón y permite proponer una didáctica alternativa para desarrollar de manera novedosa un curso de física moderna.

Palabras-clave: Fotón, dualidad onda-partícula, relatividad.

In modern physics courses the idea of photon has been teaching through from the einsteinian formulation based on the photoelectric effect. Einstein's photon concept allow the quantization of the electromagnetic field, but does not dwell on the idea of photon as particle. The objective of this paper was to demonstrate that the photon has its origin essentially in the special relativity, the electromagnetic theory and in the symmetry between the Lorentz's transformations associated flat monochromatic electromagnetic waves and particles with zero rest mass. This approach allows to understand the wave-particle duality of photon and allows to propose an alternative teaching focused on this duality to develop the course of modern physics.

Keywords: Photon, wave-particle duality, relativity.

1. Introducción

En diversos textos actuales de física moderna se introduce el concepto de fotón a través de una descripción experimental fundamentada en el efecto fotoeléctrico e inmersa en un contexto histórico [1–4], lo que deja a un lado la posibilidad de realizar una aproximación a la interpretación puramente teórica del fotón y su dualidad-onda partícula.

Atendiendo la sugerencia propuesta en [2, 5] se comparó las propiedades relativistas de una partícula de masa en reposo cero (PMC) con las de una onda electromagnética monocromática plana (OEMP), para desvelar la simetría presente entre estas entidades físicas y proponer una didáctica del concepto de fotón y su dualidad sin usar el efecto fotoeléctrico en su formulación.

Esta manera alternativa de formular la idea de fotón es en esencia un ejercicio mental que tiene como prerequisite un hipotético escenario donde la mecánica newtoniana, la teoría electromagnética y la relatividad especial han sido desarrolladas; pero, ningún descubrimiento pre-cuántica se ha realizado. Aunque el escenario no corresponde al desarrollo histórico se espera sea fértil desde el punto de vista didáctico, pues resulta cómodo para el instructor de física moderna presentar la formulación alternativa de fotón al comenzar su curso con la relatividad especial, como tradicionalmente se propone en los libros de texto [3, 4, 6].

Este trabajo está organizado como sigue, en la sec.2 se exponen las propiedades relativistas de las PMC y se muestra con argumentos pre-relativistas que una OEMP transporta momento y masa inercial; en la sec.3 se presenta y desvela la simetría entre las

propiedades relativistas de una PMC y una OEMP, que conduce a la dualidad onda-partícula asociada al fotón; en la sec.4 se propone una didáctica que permite introducir el concepto de fotón desde una perspectiva teórica basada en argumentos de simetría; en la sec.5 se realiza la discusión de los resultados y en la sec.6 se concluye.

2. Preliminares

En esta sección se presentan algunos conceptos teóricos a cerca de PMC y OEMP, los cuales son prerrequisito para realizar una introducción coherente del fotón desde un punto de vista estrictamente teórico.

2.1. Partículas con masa en reposo cero

De la mecánica relativista [2], se conoce que la energía total de una partícula está dada por

$$E = c\sqrt{m_o^2 c^2 + p^2} \quad (1)$$

y que su velocidad se puede expresar como

$$v = \frac{pc^2}{E}. \quad (2)$$

En particular para una PMC se observa que esta se mueven con velocidad c , y por tanto todo observador inercial la percibe también con velocidad c , lo cual se verifica realizando una transformación de velocidades.

Ahora bien, si la masa en reposo de una partícula relativista es cero y dado que está obligada a moverse con c , podría pensarse que se requiere energía infinita para acelerar hasta c ; no es así, pues su inferencia no implica una aceleración, esto evidencia la naturaleza de tales partículas de moverse con c . De otro lado, para una PMC $E = mc^2$, $m = m_o(1 - u^2/c^2)^{-1/2}$ y $m_o = 0$, ¿significa esto que siempre $m = 0$? No, ya que al evaluar m aparece una indeterminación del tipo $\frac{0}{0}$ que deja sin conocer m , pero por consistencia obliga a que $m \neq 0$. De acuerdo con esto no es posible desde la relatividad especial conocer teóricamente la masa de una PMC.

2.2. El efecto Doppler

Considere dos sistemas de referencia inerciales S y \bar{S} que se mueven con rapidez relativa v sobre el eje $x\bar{x}$ y una fuente de OEMP en reposo respecto al sistema

S . Sea ω la frecuencia angular percibida por S y $\bar{\omega}$ la percibida por \bar{S} , entonces usando la transformación de Lorentz y las invariancias de la fase $kx - \omega t = \bar{k}\bar{x} - \bar{\omega}\bar{t}$ y de $\omega = ck$ se encuentra

$$\bar{\omega} = \gamma\omega \left(1 \pm \frac{v}{c}\right), \quad (3)$$

siendo γ es el factor de Lorentz¹ y v la rapidez relativa. Se toma $-$ si la fuente y el observador se alejan y $+$ si se acercan [2, 5].

2.3. $E = cp$ pre-relativista

Se quiere mostrar sin argumentos relativistas que una OEMP transporta momento lineal. Para esto considere una partícula con carga q libre e inmersa en una OEMP que tiene su campo eléctrico $\vec{\epsilon}$ en dirección z , su campo magnético \vec{B} en dirección x y se propaga en dirección y . Bajo estas condiciones la fuerza neta \vec{F} sobre tal partícula está dada por fuerza de Lorentz

$$\vec{F} = \frac{q\epsilon_z v_z}{c} \hat{u}_y + q\epsilon_z \left(1 - \frac{v_y}{c}\right) \hat{u}_z. \quad (4)$$

Donde la partícula tiene componentes de velocidad v_y y v_z en las direcciones de \hat{u}_y y \hat{u}_z respectivamente y se ha usado la relación $B_x = \epsilon_z/c$ [2].

Así mismo, si $v_y \ll c$ y $v_z \ll c$ la energía perdida por la partícula debido a la radiación es despreciable frente a la que recibe de OEMP [2], y la Ec.4 se convierte en

$$\vec{F} = \frac{q\epsilon_z v_z}{c} \hat{u}_y + q\epsilon_z \hat{u}_z. \quad (5)$$

Por otro lado, de la Ec.5 se observa que la potencia $\varrho = \vec{F} \cdot \vec{v}$ transmitida por la OEMP a la partícula es

$$\varrho = q\epsilon_z v_z, \quad (6)$$

pues $\frac{v_y}{c} \ll 1$.

Ahora, de acuerdo con la segunda ley de Newton y la Ec.5

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{q\epsilon_z v_z}{c} \hat{u}_y + q\epsilon_z \hat{u}_z, \quad (7)$$

siendo el segundo término irrelevante en la contribución del momento ya que al integrar la Ec.7 el promedio sobre el periodo es cero. De manera que la Ec.7 toma la forma

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{q\epsilon_z v_z}{c} \hat{u}_y. \quad (8)$$

¹Donde $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$.

Como $g = \frac{dE}{dt}$, siendo E es la energía transmitida a la partícula por la OEMP y comparando las Ecs.6 y 8 se encuentra

$$\frac{d}{dt}(c\vec{p}) = \frac{d}{dt}(E\hat{u}_y) \quad (9)$$

cuya magnitud conduce finalmente a

$$p = \frac{E}{c}, \quad (10)$$

la cual corresponde al momento adquirido por la partícula en dirección de la propagación de la onda, es decir la onda “empuja” a la partícula.

2.4. La caja desquiciada de Einstein, evidencia de que la luz transporta masa

Se trata de un experimento mental propuesto por Einstein que tiene por objeto demostrar que la radiación transporta masa inercial, para lo cual usa la mecánica newtoniana y la teoría electromagnética, así como la conservación de la masa, la energía y el momento lineal [7].

Considere dos cuerpos de masas m_A y m_B completamente aislados y en reposo para un sistema inercial de referencia O , en $t = 0$ del cuerpo A está a punto de salir una ráfaga de radiación hacia el cuerpo B , la Fig.1 representa esta situación. En estas condiciones el centro de masa del sistema x_{cm} , es $x_{cm} = m_B L / M_T$ ya que A se encuentra en el origen.

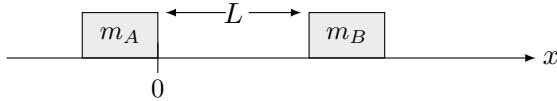


Figura 1: Configuración inicial del sistema, $t = 0$ justo cuando la ráfaga de radiación está apunto de salir de A .

De acuerdo con Newton, todo sistema aislado mantiene invariante su centro de masa, con esta idea debe aceptarse que la masa del cuerpo A varía, de manera que justo después de que la radiación sale de A la nueva masa de A es M_A , como se ilustra en la Fig.2.

De otro lado, en la configuración inicial Fig.1 el momento del sistema es cero, $p = 0$, y por la validez general de este principio debe permanecer

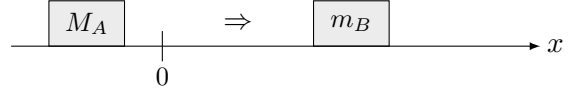


Figura 2: La ráfaga de radiación con momento $p = E/c$, denotada con \Rightarrow , ya salió del cuerpo A pero aún no ha llegado al cuerpo B .

así, de manera que para el cuerpo A esto exige que $v_A = -E/M_A c$. Así mismo, cuando la radiación alcanza el cuerpo B después de un tiempo L/c la conservación del momento exige que $v_B = E/M_B c$, como muestra la Fig.3.



Figura 3: Configuración final del sistema, cuando ha transcurrido un tiempo $t > L/c$ y la ráfaga de radiación ha sido absorbida por el cuerpo B .

De acuerdo con lo anterior, las posiciones de los bloques son

$$x_A = -\frac{E}{M_A c} t, \quad (11)$$

y

$$x_B = L + \frac{E}{M_B c} \left(t - \frac{L}{c} \right). \quad (12)$$

Dado que el centro de masa y la masa total del sistema M_T deben conservarse se tiene

$$m_B L = M_A x_A + M_B x_B \quad (13)$$

y al reemplazar aquí la Ec.11 y la Ec.12 se encuentra

$$-\Delta m_A = \frac{E}{c^2} = \Delta m_B. \quad (14)$$

Lo que trae como consecuencia que una OEMP transporta masa inercial, dada por E/c^2 .

3. Fotón: relatividad y simetría

De la relatividad especial se encuentra que las transformaciones lorentzianas de ω y k para una OEMP y de E y p para una PMC junto con sus transformaciones inversas tienen forma similar, como

OEMP	$\bar{\omega} = \gamma(\omega - vk)$	$\bar{k} = \gamma(k - v\omega/c^2)$
PMC	$\bar{E} = \gamma(E - vp)$	$\bar{p} = \gamma(p - vE/c^2)$
	$\bar{\omega} \leftrightarrow \bar{E}$	$\bar{k} \leftrightarrow \bar{p}$
OEMP	$\omega = \gamma(\bar{\omega} + v\bar{k})$	$k = \gamma(\bar{k} + v\bar{\omega}/c^2)$
PMC	$E = \gamma(\bar{E} + v\bar{p})$	$p = \gamma(\bar{p} + v\bar{E}/c^2)$
	$\omega \leftrightarrow E$	$k \leftrightarrow p$

Tabla 1: Comparación entre la transformación de magnitudes asociadas a PMC y OEMP y sus transformaciones inversas, siendo γ es el factor de Lorentz.

muestra la Tab.1.

Por otra parte, de la Ec.1 y por lo expuesto en la subs.2.2 se tienen las relaciones invariantes $E = cp$ entre energía y momento para una PMC y $\omega = ck$ para una OEMP, combinandolas y eliminando c se encuentra

$$\frac{E}{\omega} = \frac{p}{k}. \quad (15)$$

Así mismo, con las ecuaciones de transformación de la Tab.1 y la Ec.15 se observa que E/ω y p/k son invariantes relativistas.

Por consiguiente de la Tab.1 se puede observar que las cuatro ecuaciones de transformación lorentziana y sus cuatro inversas se sintetizan en una sola con la forma

$$\bar{\Lambda} = \gamma(\Lambda - v\Delta), \Lambda = \gamma(\bar{\Lambda} + v\bar{\Delta}) \quad (16)$$

donde $\Lambda \leftarrow \{E, \omega, k, p\}$, $\bar{\Lambda} \leftarrow \{\bar{E}, \bar{\omega}, \bar{k}, \bar{p}\}$ y tanto Δ como $\bar{\Delta}$ son función de Λ y $\bar{\Lambda}$, respectivamente.

En otras palabras, las Ecs.16 son invariantes a la sustitución de cada una de las ecuaciones de la Tab.1 si se especifican $\Delta(\Lambda)$ y $\bar{\Delta}(\bar{\Lambda})$, lo que se puede hacer por inspección, ver Tab.2. En consecuencia se tiene una simetría², pues la Ec.16 es invariante al transformar tanto propiedades de las OEMP como de las PMC. Es decir, la Ec.16 deja entrever algún tipo de unicidad entre OEMP y PMC.

Esta simetría sugiere que coexisten características comunes de OEMP y de PMC. De ahí que sea indispensable encontrar $\Delta(\Lambda)$ y $\bar{\Delta}(\bar{\Lambda})$ de manera más fundamental; y para esto es necesario hacer una conjetura

²La definición de simetría, es tomada de [8] quién afirma “...the substance of which is that a thing is symmetrical if there is something we can do to it so that after we have done it, it looks the same as it did before.”

Λ	ω	k	E	p
\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow
Δ	k	$\frac{\omega}{c^2}$	p	$\frac{E}{c^2}$

Tabla 2: Asignación de Δ para cada Λ . Del mismo modo se asignan $\bar{\Delta}, \bar{\Lambda}, \bar{E}, \bar{\omega}, \bar{k}, \bar{p}$.

acerca de tal dualidad. Se toma como guía la Ec.15 y los invariantes E/ω y p/k para postular que

$$E = \hbar\omega \quad (17)$$

y

$$p = \hbar k, \quad (18)$$

donde \hbar es una constante a determinar por los experimentos, y que por supuesto corresponde a la constante de Planck, lo cual conecta con los resultados obtenidos con la explicación de Einstein del efecto fotoeléctrico.

Usando las Ec.16, 17 y 18 se puede observar que esta conjetura resulta invariante, es decir también se cumple $\bar{E} = \hbar\bar{\omega}$ y $\bar{p} = \hbar\bar{k}$, que es de esperarse si de una unificación se trata. De otro lado, este resultado permite conocer la masa del fotón que de acuerdo con lo anterior vendrá dado por $m = \hbar\omega/c^2$, dotando de masa a una PMC lo cual no es posible sólo desde la relatividad especial.

Con las Ec.17 y 18 es posible obtener todas la ecuaciones de la Tab.1 a partir de una de ellas y por tanto obtener $\Delta(\Lambda)$ y $\bar{\Delta}(\bar{\Lambda})$ definidos en la Tab.2, llegando de esta manera por un camino alternativo al concepto de fotón y a la dualidad onda-partícula entre OEMP y PMC.

4. Propuesta didáctica: origen teórico del fotón

A partir de los conceptos presentados con anterioridad se propone una estrategia didáctica que permita al instructor desarrollar el concepto de fotón desde un punto de vista teórico. Tal estrategia puede fundamentarse en las cinco acciones siguientes.

1. Resaltar las propiedades de las PMC y en especial que la masa de tales partículas está íntimamente relacionada con su energía mediante $E = mc^2$, ver subs.2.1.

2. Poner en discusión las propiedades de una OEMP, en particular destacar el efecto Doppler junto con el hecho de que estas ondas transportan momento, energía y masa inercial, ver subs.2.2 y subs.2.4.
3. Reflexionar a cerca de tres aspectos relacionados con el parecido entre PMC y OEMP: primero, las PMC están restringidas a moverse con c para todo observador inercial lo que también hacen las OEMP; segundo, estas partículas transportan masa $E = mc^2$ y estas ondas transportan $E = \Delta mc^2$ y tercero, tanto las PMC como OEMP relacionan su momento y energía mediante $E = cp$, ver subs.2.3.
4. Llamar la atención sobre las transformaciones ilustradas en la Tab.1 para evidenciar las correspondencias $E \rightarrow \omega$ y $p \rightarrow k$ que finalmente permitirán conjeturar las relaciones $E = \hbar\omega$ y $p = \hbar k$ y sus inversos, es decir la esencia del fotón y su dualidad onda-partícula, ver sec.3.

5. Discusión

Se ha presentado de manera alternativa el concepto de fotón y su dualidad onda partícula a partir de la relatividad especial, la mecánica newtoniana el electromagnetismo y argumentos de simetría, para formular una didáctica que permita entender el concepto de fotón desde un punto de vista estrictamente teórico. Lo en la práctica escolar implica tomar una postura fiel frente al desarrollo teórico mostrado, ignorando convenientemente el desarrollo histórico para así apreciar las consecuencias físicas de este planteamiento y sus ventajas didácticas.

En relación con la instrucción tradicional esta formulación presenta al menos tres ventajas didácticas: la primera consiste en resaltar las propiedades de partícula del fotón ya que otorga la fundamentación de la dualidad onda-partícula, al provenir de una física que describe partículas, en contraste con el planteamiento de Einstein para la explicación del efecto fotoeléctrico que no permite inferir de manera contundente las características del fotón como partícula; la segunda ventaja consiste en explicar el efecto fotoeléctrico de acuerdo con la dualidad onda partícula del fotón y enfrentarse al acertijo de la interacción luz-materia para reproducir el trabajo de Einstein, pero con una perspectiva más amplia y la tercera, dado que uno de

los ejes del desarrollo es la simetría, se puede dirigir al estudiante hacia el trabajo de Luis de Broglie para generalizar la dualidad onda-partícula, así como abordar el efecto Compton de manera más natural a la tradicional haciendo uso de $m = \hbar\omega/c^2$. Esta perspectiva permite plantear un hilo conductor para desarrollar gran parte de un curso de física moderna con base en la búsqueda de una naturaleza simétrica y no como una conexión de hechos históricamente coherentes, pero sin una estricta conexión teórica global.

Aunque la formulación del fotón presentada aquí es ventajosa respecto al tratamiento tradicional, su fundamento es restringido ya que aborda un tratamiento solo de OEMP, situación que no siempre se verifica. Aún así el planteamiento es útil para introducir la física cuántica.

6. Conclusiones

A partir de la relatividad especial, la teoría electromagnética, la mecánica newtoniana y argumentos de simetría, se formuló el concepto de fotón y se hizo explícita su dualidad onda-partícula. La cual fue fundamentada en que $E, \omega, p, k, \bar{E}, \bar{\omega}, \bar{p}$ y \bar{k} se transforman de la forma común $\bar{\Lambda} = \gamma(\Lambda - v\Delta)$ y $\Lambda = \gamma(\bar{\Lambda} + v\bar{\Delta})$, simetría que se justifica si se postula que la naturaleza de la luz es dual y por tanto satisface $E = \hbar\omega$, $p = \hbar k$, $\bar{E} = \hbar\bar{\omega}$ y $\bar{p} = \hbar\bar{k}$, cuya implicación inmediata es dotar de masa al fotón a través de $m = \hbar\omega/c^2$. Esta formulación alternativa mostró una didáctica novedosa y ventajosa desde lo conceptual ya que permite desarrollar gran parte un curso de física moderna guiado por la búsqueda de una naturaleza simétrica.

Agradecimientos

Los autores agradecen a los profesores Giovanni Cardona y Edwin Munevar por sus oportunos comentarios al trabajo.

Referencias

- [1] F. S. Alemany, J. L. Domenech, J. Martínez, Revista Brasileira de Ensino de Física, v. **35**, n. 2, 2404 (2013).

- [2] M. Alonso, E. Finn, *Campos y Ondas Vol. II*, Universidad de Georgetown. Washíngton, D. C. (1998).
- [3] R.M. Eisberg, *Física cuántica*, Universidad de California, Santa Barbara, (2000).
- [4] R.A Serway, *Física para ciencias e ingeniería con física moderna Vol II*, Instituto politécnico internacional (2009).
- [5] J. M. Tejeiro, *Sobre la teoria especial de la relatividad*, Universidad Nacional (2004).
- [6] M. Alonso, E. Finn, *Fundamentos cuánticos y estadísticos Vol. III*, Universidad de Georgetown. Washíngton, D. C. (1998).
- [7] A. P. French *Relatividad especial MIT* (Reverte, 1974 - 341 páginas).
- [8] Feynman, R. P., Leighton, R. B., and Sands, *The Feynman lectures on physics. Reading*, Addison-Wesley Pub. Co.M. L. (1963).